

# Εισαγωγή



## Για τον σπουδαστή

Υπάρχουν πολλοί διαφορετικοί λόγοι για να μελετήσουμε τη λογική. Η λογική είναι η θεωρία του *καλού συλλογισμού*. Η μελέτη της λογικής, όχι μόνο μας βοηθά να συλλογιζόμαστε καλά, αλλά και να *κατανοούμε* επίσης πώς λειτουργεί ο συλλογισμός.

Η λογική μπορεί να οικοδομηθεί με δύο τρόπους – μπορεί να είναι *τυπική* και μπορεί να είναι *φιλοσοφική*. Αυτό το βιβλίο επικεντρώνεται *και στις δύο* πτυχές της λογικής. Έτσι, θα εξετάσουμε τις τεχνικές που χρησιμοποιούν οι επιστήμονες της λογικής στη *μοντελοποίηση* του καλού συλλογισμού. Αυτή η «μοντελοποίηση» είναι τυπική και τεχνική, ακριβώς όπως η τυπική μοντελοποίηση που βλέπετε σε άλλους κλάδους, όπως οι φυσικές και κοινωνικές επιστήμες και τα οικονομικά.

Οι φιλοσοφικές πτυχές της λογικής είναι επίσης σημαντικές, επειδή προσπαθούμε, όχι μόνο να μοντελοποιήσουμε τον καλό συλλογισμό, αλλά και να κατανοήσουμε *γιατί* τα πράγματα λειτουργούν με τον τρόπο που λειτουργούν – ή να κατανοήσουμε *γιατί* τα πράγματα *δεν* λειτουργούν. Έτσι, δεν θα μάθουμε μόνο τυπικές τεχνικές, θα *αναλύσουμε* και θα *ερμηνεύσουμε* επίσης αυτές τις τεχνικές.

Οι τεχνικές της λογικής είναι λοιπόν *αφηρημένες* και *αυστηρές*. Είναι αφηρημένες, καθώς επικεντρωνόμαστε σε συγκεκριμένες ιδιότητες του συλλογισμού που σχετίζονται με τους στόχους μας. Είναι αυστηρές, καθώς προσπαθούμε να ορίσουμε όλους τους όρους που χρησιμοποιούμε και λαμβάνουμε σοβαρά υπόψη τους ορισμούς μας. Ο στόχος είναι να *κατανοήσουμε* όσο το δυνατό πληρέστερα τι κάνουμε.

Οι τεχνικές της τυπικής λογικής μπορούν να χρησιμοποιηθούν με πολλούς διαφορετικούς τρόπους. Τα πράγματα που μαθαίνουμε μπορούν να εφαρμοστούν στη φιλοσοφία, τα μαθηματικά, τους υπολογιστές, τη γλωσσολογία και σε πολλά άλλα πεδία. Η λογική είναι σημαντική για τη *φιλοσοφία*, καθώς ο συλλογισμός και η επιχειρηματολογία αποτελούν θεμελιώδες μέρος της φιλοσο-

φίας. Η λογική είναι σημαντική στα μαθηματικά, επειδή η τυποποίηση της λογικής είναι σημαντική όταν πρόκειται για τη μελέτη μαθηματικών θεωριών και μαθηματικών δομών: στην πραγματικότητα, πολλές από τις τεχνικές που θα εξετάσουμε προέκυψαν στη μελέτη των μαθηματικών. Η λογική είναι σημαντική στην επιστήμη των υπολογιστών, επειδή η διαδικασία περιγραφής ενός προβλήματος ή μιας διαδικασίας που πρόκειται να εφαρμοστεί σε έναν υπολογιστή είναι ένα πρόβλημα τυποποίησης. Επιπλέον, τα είδη αλγορίθμων ή τεχνικών που χρησιμοποιούμε για την επίλυση προβλημάτων στη λογική είναι χρήσιμα σε προβλήματα που μπορούν να βρεθούν στους υπολογιστές. Η λογική είναι σημαντική στη γλωσσολογία, επειδή οι τυπικές γλώσσες που χρησιμοποιούνται στη μελέτη της λογικής παρέχουν χρήσιμα μοντέλα για τις γλωσσικές θεωρίες.

Άρα, η λογική έχει τη θέση της σε πολλούς διαφορετικούς κλάδους. Γενικότερα δε από αυτό, η εκμάθηση της λογικής βοηθά να μάθουμε πώς να είμαστε ακριβείς και αυστηροί σε οποιονδήποτε τομέα σπουδών.

Αυτό το βιβλίο είναι μια αυτοτελής εισαγωγή στη λογική. Δεν χρειάζεται να διαβάσετε οτιδήποτε άλλο για να αποκτήσετε μια ολοκληρωμένη εισαγωγή στη λογική. Ωστόσο, άλλα βιβλία θα συμπληρώσουν την εισαγωγή που θα βρείτε εδώ. Ακολουθούν μερικά χρήσιμα βιβλία που συμπληρώνουν την προσέγγιση της λογικής που έχω ακολουθήσει. (Οι αριθμοί σε αγκύλες είναι αναφορές σε καταχωρήσεις στη βιβλιογραφία).

- Το *Logic with Trees*, του Colin Howson [12], είναι ένα εισαγωγικό κείμενο που χρησιμοποιεί επίσης τα δένδρα ως θεμελιώδες εργαλείο για την εισαγωγή της λογικής συνέπειας. Συμπληρώνει όμορφα αυτό το κείμενο: χρησιμοποιήστε το βιβλίο του Howson για διαφορετικές επεξηγήσεις των δένδρων και του τρόπου λειτουργίας τους.
- *Beginning Logic*, του E. J. Lemmon [15]. Αυτό είναι ένα εξαιρετικό εισαγωγικό κείμενο. Είναι ίσως η καλύτερη εισαγωγή στους πίνακες αληθείας και στη φυσική απόδειξη σε έντυπη μορφή (παρόλο που είναι άνω των 30 ετών). Η προσέγγιση του Lemmon επικεντρώνεται στη φυσική απόδειξη (που εισάγεται στο Κεφάλαιό μας 7) αντί σε πίνακες αληθείας και δένδρα, τα οποία χρησιμοποιούμε εδώ.
- Το *First-Order Logic*, του Raymond Smullyan [29], είναι πιο τεχνικό βιβλίο από το παρόν. Αν σας ενδιαφέρει να δείτε περισσότερα για το τι μπορεί να γίνει με τα δένδρα, αυτό είναι το βιβλίο που πρέπει να χρησιμοποιήσετε.
- Το *Thinking About Logic*, του Stephen Read [21], είναι μια υποβοηθητική προσέγγιση στα φιλοσοφικά ζητήματα που συζητώνται σε αυτήν τη σειρά μαθημάτων, και πολλά άλλα επιπλέον πράγματα.
- Το *Modern Logic*, του Graeme Forbes [6], είναι ένα μεγαλύτερο βιβλίο από το παρόν. Είναι επίσης μια εισαγωγή στη λογική που ενσωματώνει τυπικά και

## Εισαγωγή

φιλοσοφικά ζητήματα. Το προτείνω σε σπουδαστές που θέλουν να διερευνήσουν περαιτέρω τα ζητήματα.

- Το *Intermediate Logic*, του David Bostock [2], καλύπτει ένα παρόμοιο πεδίο με αυτό το βιβλίο, αλλά σε μεγαλύτερο βάθος. Αν θέλετε να εξερευνήσετε περαιτέρω τα ζητήματα που τίγονται εδώ, το βιβλίο του Bostock είναι ένας καλός οδηγός, αφού εξοικειωθείτε με τις βασικές έννοιες αυτού του κειμένου. (Σε αντίθεση με τον Forbes, ο Bostock υποθέτει ότι έχετε μια στοιχειώδη εξοικείωση με την τυπική λογική).
- Το *Computability and Logic*, των George Boolos και Richard Jeffrey [1], είναι ένα προχωρημένο κείμενο που καλύπτει υλικό σχετικά με την υπολογισιμότητα, τα θεμελιώδη θεωρήματα της λογικής πρώτης τάξης (κατηγορηματικής) (όπως τα θεωρήματα μη πληρότητας του Gödel, η συμπάγεια και τα θεωρήματα Löwenheim-Skolem), τη λογική δεύτερης τάξης και τη λογική της αποδεικτικότητας.
- Το *A New Introduction to Modal Logic* των George Hughes και Max Cresswell [13] είναι μια εισαγωγή στην τροπική λογική, τη λογική της αναγκαιότητας και της δυνατότητας, που συζητείται στο Κεφάλαιο 6.
- Το βιβλίο μου *An Introduction to Substructural Logics* [22] δίνει μια εισαγωγή στις λογικές συνάφειας (και λογικές όπως αυτές) που αναφέρονται στα Κεφάλαια 6 και 7. Είναι πολύ πιο τεχνικό από το ανά χείρας βιβλίο.

Ελπίζω να βρείτε αυτό το κείμενο μια χρήσιμη εισαγωγή στη λογική!

## Για τον εκπαιδευτικό

Υπάρχουν πολλά βιβλία για τη λογική. Η χαρακτηριστική πτυχή αυτού του βιβλίου είναι η ολοκληρωμένη φύση του τόσο ως τυπικού όσο και ως φιλοσοφικού. Στο πνεύμα της τρέχουσας εργασίας, εισάγει τους σπουδαστές στη λογική στις αρχές του εικοστού πρώτου αιώνα. Αυτό το κείμενο είναι ευέλικτο· μπορεί να χρησιμοποιηθεί με πολλούς τρόπους. Ακολουθούν μερικοί μόνο από τους τρόπους με τους οποίους το κείμενο μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη διδασκαλία μιας εισαγωγικής ενότητας λογικής.

- *Μια διδακτική περίοδος 8-10 εβδομάδων:* Χρησιμοποιήστε τα Κεφάλαια 1-4 για να εισάγετε την προτασιακή λογική και τα Κεφάλαια 8-10 για μια εισαγωγή στην κατηγορηματική λογική. Αυτά τα κεφάλαια αποτελούν τον τυπικό πυρήνα του βιβλίου. Εναλλακτικά, αν θέλετε να δώσετε στους μαθητές μια εισαγωγή στην τυπική και φιλοσοφική μελέτη της λογικής, θα μπορούσατε να χρησιμοποιήσετε τα Κεφάλαια 1-7.
- *Ένα εξάμηνο 12 ή 13 εβδομάδων:* Χρησιμοποιήστε τα Κεφάλαια 1-4 και 8-10 ως τον τυπικό σκελετό του μαθήματος και χρησιμοποιήστε όσα άλλα κεφάλαια θέλετε για να συμπληρώσετε τις φιλοσοφικές συνέπειες. Έχω βρει (διδάσκοντας αυτό το υλικό τόσο στο Πανεπιστήμιο Macquarie όσο και στο Πανεπιστήμιο της Μελβούρνης) ότι η προσθήκη του Κεφαλαίου 5 *Ασάφεια και διτιμία*, του Κεφαλαίου 6 *Αιρεσιμότητα*, του Κεφαλαίου 11 *Ταυτότητα και συναρτήσεις* και του Κεφαλαίου 13 *Μερικά πράγματα δεν υπάρχουν* κάνει έναν καλό κύκλο μαθημάτων ενός εξαμήνου. Μπορούν να προστεθούν άλλα κεφάλαια ανάλογα με τις τοπικές συνθήκες.
- *Ένα πλήρες διδακτικό έτος:* Χρησιμοποιήστε ολόκληρο το βιβλίο. Αυτό μπορεί να γίνει με ευελιξία, με τον τυπικό πυρήνα και ορισμένα επιπλέον κεφάλαια να χρησιμοποιούνται ως κύριο πρόγραμμα σπουδών, ενώ άλλα κεφάλαια μπορεί να χρησιμοποιούνται ως βάση για προαιρετικές επιπλέον εργασίες ανάθεσης. Καθένα από τα «προαιρετικά» κεφάλαια συνοδεύεται από έναν αριθμό αναφορών που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για επιπλέον μελέτη.

Είμαι πεπεισμένος ότι η λογική μελετάται καλύτερα διατηρώντας συνενωμένες τις τυπικές και φιλοσοφικές πτυχές. Η λογική δεν είναι μια ολοκληρωμένη επιστήμη και η διδασκαλία της σαν να είναι τέτοια επιστήμη δίνει στους σπουδαστές τη λανθασμένη εντύπωση ότι όλα τα σημαντικά ζητήματα έχουν αποφασιστεί και όλα τα σημαντικά ερωτήματα έχουν λάβει οριστικές απαντήσεις. Αυτή είναι μια εσφαλμένη περιγραφή της κατάστασης του πεδίου. Ενδιαφέροντα ζητήματα προκύπτουν, όχι μόνο στις εκτεταμένες αφαιρέσεις της ανώτερης μαθηματικής λογικής, αλλά και στα θεμελιώδη ζητήματα που καλύ-

πτονται σε μια εισαγωγική σειρά μαθημάτων. Είναι καλό να αναδεικνύονται ανοιχτά αυτά τα ζητήματα, όχι μόνο για να έχουν οι σπουδαστές μια πιο αληθινή εικόνα της κατάστασης του κλάδου, αλλά και για να καθίσταται δυνατό να προσελκύνονται σε μια περαιτέρω μελέτη του πεδίου!

Αυτό το βιβλίο έχει πολλές επιρροές. Η προσέγγισή μου στην τυπική περιγραφή της προτασιακής και κατηγορηματικής λογικής στηρίζεται στην κληρονομιά του Raymond Smullyan [29]. Η τεχνική των δένδρων (ή ταμπλό) για την κατηγορηματική λογική είναι κατάλληλη για ένα εισαγωγικό κείμενο, για αρκετούς λόγους.

- Σε αντίθεση με τα περισσότερα άλλα συστήματα απόδειξης, τα δένδρα είναι μηχανικά. Τα φυσικά συστήματα απόδειξης και τα συγγενή με αυτά απαιτούν συνήθως να έχετε μια «φωτεινή ιδέα», για να ολοκληρώσετε μια απόδειξη. Με τα δένδρα, οι φωτεινές ιδέες αναμφίβολα βοηθούν, αλλά δεν είναι απαραίτητες. Η τριβή με τους κανόνες θα αποφέρει πάντα ένα αποτέλεσμα, αν υπάρχει κάποιο για να αποκτηθεί.
- Τα δένδρα σάς δίνουν απλές αποδείξεις ορθότητας και πληρότητας. Το Λήμμα Lindenbaum δεν απαιτείται να παρέχει ένα πλήρες και συνεπές σύνολο προτάσεων, με μάρτυρες για ποσοδείκτες, έξω από το οποίο κάνετε μια ερμηνεία. Το σύνολο των προτάσεων και οι μάρτυρες για τους ποσοδείκτες δίνονται από την ίδια τη μέθοδο του δένδρου. Αυτό σημαίνει ότι ένα εισαγωγικό κείμενο μπορεί να δηλώνει και να αποδεικνύει την ορθότητα και την πληρότητα των αποτελεσμάτων με τρόπο κατανοητό στον ακόμη ανοίκειο με το πεδίο σπουδαστή. Αυτό είναι σημαντικό, καθώς τα επιχειρήματα ορθότητας και πληρότητας βρίσκονται στο επίκεντρο της λογικής όπως αυτή πραγματικά μελετάται.
- Τα δένδρα, σε αντίθεση με την ευρέως διαδεδομένη γνώμη, τυποποιούν έναν φυσικό τρόπο συλλογισμού. Τα παραδοσιακά συστήματα «αξιώματος και κανόνων» τυποποιούν την απόδειξη της εγκυρότητας, θεωρώντας διάφορες υποθέσεις ως δεδομένες και παρέχοντας κανόνες για να ληφθούν νέες αλήθειες από παλιές. Το επιχείρημα είναι έγκυρο αν το συμπέρασμα μπορεί να εξαχθεί από τις υποθέσεις και τα αξιώματα, μέσω των κανόνων. Αυτό είναι ένα σημαντικό στιλ συλλογισμού, αλλά δεν είναι το μόνο. Τα δένδρα τυποποιούν ένα άλλο στιλ, το οποίο θα μπορούσε να ονομαστεί εξήγηση των δυνατοτήτων. Για να ελέγξετε αν ένα επιχείρημα είναι έγκυρο, θεωρείτε ότι οι υποθέσεις είναι αληθείς και ότι το συμπέρασμα δεν είναι αληθές, και διερευνάτε πώς μπορεί να συμβαίνει αυτό. Αν δεν υπάρχει τρόπος να συμβεί, το επιχείρημα είναι έγκυρο. Αν υπάρχει κάποια δυνατότητα, το επιχείρημα δεν είναι. Αυτό είναι εξίσου ένα στιλ συλλογισμού όσο και ο συλλογισμός με «αξιώματα και κανόνες».

## Λογική. Μία εισαγωγή

Η προσέγγιση των δένδρων που χρησιμοποιείται εδώ, χρησιμοποιείται επίσης στο *Intermediate Logic* του Bostock [2] και στο *Logic with Trees* του Howson [12], επομένως οι σπουδαστές μπορούν να ανατρέξουν σε αυτά τα βιβλία για περισσότερα παραδείγματα.

Οι λύσεις των ασκήσεων σε αυτό το κείμενο δεν είναι τυπωμένες στο βιβλίο, αλλά είναι διαθέσιμες στον Παγκόσμιο Ιστό στην ακόλουθη διεύθυνση: <http://consequently.org/logic/>.

Αυτό σημαίνει ότι οι σπουδαστές μπορούν να αναζητήσουν τις λύσεις μόνοι τους, επομένως δεν θα ήταν συνετό να ορίσετε αυτές τις ασκήσεις για αξιολόγηση. Αν θέλετε βοήθεια για τη σύνταξη άλλων ερωτήσεων για αξιολόγηση σε μια ενότητα που βασίζεται σε αυτό το κείμενο, επικοινωνήστε μαζί μου στο [greg@consequently.org](mailto:greg@consequently.org). Φυσικά, καλωσορίζω επίσης οποιαδήποτε σχόλια ή προτάσεις για τη βελτίωση του περιεχομένου αυτού του βιβλίου.

Ελπίζω να βρείτε αυτό το κείμενο ως μια χρήσιμη εισαγωγή στη λογική!

*Η λογική είναι πολλά πράγματα:  
μια επιστήμη, μια τέχνη,  
ένα παιχνίδι, μια χαρά,  
και μερικές φορές ένα εργαλείο.*  
Dorothy Grover και Nuel Belnap



## Κεφάλαιο 1

### Προτάσεις και επιχειρήματα

Η λογική σχετίζεται με τους *συλλογισμούς*. Κάθε μέρα εξετάζουμε δυνατότητες, σκεφτόμαστε τι έπεται από διαφορετικές υποθέσεις, τι θα συνέβαινε σε διαφορετικές εναλλακτικές δυνατότητες και σταθμίζουμε ανταγωνιστικές θέσεις ή επιλογές. Σε όλα αυτά, διατυπώνουμε *συλλογισμούς*. Η λογική είναι η μελέτη του καλού συλλογισμού, και ειδικότερα, του τι καθιστά έναν συλλογισμό *καλό*.

Για να κατανοήσουμε τον καλό συλλογισμό, πρέπει να έχουμε μια ιδέα για τα είδη των πραγμάτων για τα οποία συλλογίζομαστε. Ποια είναι τα πράγματα για τα οποία κάνουμε συλλογισμούς; Μπορούμε να κάνουμε συλλογισμούς για να πράξουμε κάτι αντί για κάτι άλλο (αυτοί είναι συλλογισμοί για *πράξεις*) ή για το ότι μας αρέσουν κάποια πράγματα παραπάνω από άλλα πράγματα (αυτοί είναι συλλογισμοί για *προτιμήσεις*). Στη μελέτη της λογικής, δεν κοιτάμε τόσο πολύ αυτά τα είδη συλλογισμών: αντίθετα, η λογική ασχολείται με συλλογισμούς που αναφέρονται σε λόγους για να *πιστεύει* κανείς κάτι αντί για κάτι άλλο. Γιατί οι πεποιθήσεις είναι ιδιαίτερες. Λειτουργούν, όχι μόνο ως το *αποτέλεσμα* του συλλογισμού, αλλά και ως οι *προϋποθέσεις* στον συλλογισμό μας. Ξεκινάμε λοιπόν με το ακόλουθο ερώτημα: Ποια είναι τα είδη των πραγμάτων στα οποία πιστεύουμε; Ποια είναι τα πράγματα με τα οποία συλλογίζομαστε;

### Προτάσεις

Θα ονομάσουμε τα πράγματα στα οποία πιστεύουμε (ή δεν πιστεύουμε) *προτάσεις* ή, ισοδύναμα, *δηλώσεις*\*. Το συγκεκριμένο όνομα δεν είναι σημαντικό εδώ, αλλά η διάκριση μεταξύ προτάσεων και άλλων ειδών πραγμάτων είναι σημαντική. *Εκφράζουμε* τις προτάσεις (δηλώσεις) χρησιμοποιώντας φράσεις. Αν

---

\* Η Λογική μελετά μόνο δηλώσεις δηλαδή προτάσεις που δηλώνουν κάτι οπότε εφεξής όταν αναφερόμαστε σε προτάσεις θα εννοούμε δηλώσεις.

σας ρωτήσω τι πιστεύετε για κάτι, πιθανότατα θα απαντήσετε χρησιμοποιώντας τη μια ή την άλλη φράση. Φυσικά, η έκφραση προτάσεων δεν είναι παρά ένα από τα πράγματα που κάνουμε με τις φράσεις. Κάνουμε πολλά άλλα πράγματα με τις φράσεις επίσης – θέτουμε ερωτήματα, εκφράζουμε συναισθήματα, επιθυμίες και ευχές, απαιτούμε και ζητάμε. Εν μέσω αυτής της ποικιλομορφίας, οι πράξεις της δήλωσης και της πίστης είναι κεντρικές για την πρακτική του συλλογισμού, έτσι οι προτάσεις βρίσκονται στην καρδιά του συλλογισμού και της λογικής. Μας ενδιαφέρουν τα επιχειρήματα σχετικά με το πώς έχουν τα πράγματα και οι λογισμοί γι' αυτά, ώστε οι προτάσεις που εκφράζουν το πώς θεωρούμε ότι είναι τα πράγματα ή πώς θεωρούμε ότι δεν είναι (ή που εκφράζουν θέματα για τα οποία είμαστε αβέβαιοι) είναι στο κέντρο της λογικής.

Θα δείξουμε τη διαφορά μεταξύ των φράσεων που εκφράζουν προτάσεις και εκείνων που δεν το κάνουν, καταδεικνύοντας την αντίθεσή τους. Ακολουθούν μερικά παραδείγματα φράσεων που εκφράζουν προτάσεις:

Σπουδάζω λογική. Αν θέλετε, θα μαγειρέψω το δείπνο απόψε.

Το Κουίνσλαντ κέρδισε το Σέφιλντ Σιλντ.

Το φεγγάρι είναι φτιαγμένο από πράσινο τυρί.

Οι περισσότεροι πόλεμοι είναι απαίσιοι.

$2+7 = 9$ . Ο νους δεν είναι ο εγκέφαλος.

Η ευθανασία είναι δικαιολογημένη σε ορισμένες περιπτώσεις.

Δεν υπάρχει δουλειά όπως η σοουμπίζ. Αυτό πονάει!

Κάθε πρόταση σε αυτήν τη λίστα είναι το είδος του πράγματος στο οποίο θα μπορούσαμε να συμφωνήσουμε ή να διαφωνήσουμε. Μπορεί να συμφωνούμε ή να διαφωνούμε, να πιστεύουμε ή να μην πιστεύουμε, ή απλώς να είμαστε αναποφάσιστοι για καθέναν από αυτούς τους ισχυρισμούς.

Οι παρακάτω φράσεις, από την άλλη πλευρά, δεν εκφράζουν προτάσεις:

Φύγετε! Παρακαλώ περάστε μου το αλάτι. Γεια σας.

Ποια είναι η πρωτεύουσα της Τανζανίας; Ωχ!

Αυτές οι φράσεις δεν εκφράζουν προτάσεις – δεν είναι δηλωτικές, καθώς δεν είναι κάτι που μπορούμε να πιστέψουμε ή να μην πιστέψουμε, ή να επιχειρηματολογήσουμε γι' αυτό. Αυτά τα μέρη του λόγου επιτελούν άλλες λειτουργίες, όπως η έκφραση συναισθημάτων, ο χαιρετισμός, η υποβολή ερωτήσεων ή η υποβολή αιτημάτων.

Εκφράζουμε προτάσεις για να περιγράψουμε πώς είναι τα πράγματα (ή, τουλάχιστον, για να περιγράψουμε πώς μας φαίνονται τα πράγματα). Οι προτάσεις είναι τα είδη των πραγμάτων που μπορεί να είναι αληθή ή ψευδή. Οι

περιγραφές μας είναι επιτυχημένες ή όχι. Στη μελέτη της λογικής, μας ενδιαφέρουν οι σχέσεις μεταξύ των προτάσεων και ο τρόπος με τον οποίο ορισμένες προτάσεις μπορούν να λειτουργήσουν ως συλλογισμοί για άλλες προτάσεις. Αυτοί οι συλλογισμοί είναι αυτό που αποκαλούμε επιχειρήματα.

## Επιχειρήματα

Σε καθημερινές καταστάσεις, τα επιχειρήματα διατυπώνονται σε διαλόγους μεταξύ ανθρώπων. Στη λογική, δεν μελετάμε όλα τα χαρακτηριστικά αυτών των διαλόγων. Επικεντρωνόμαστε στις προτάσεις που εκφράζουν οι άνθρωποι όταν διατυπώνουν συλλογισμούς για τα πράγματα. Για εμάς, ένα επιχείρημα είναι μια λίστα προτάσεων, που ονομάζονται οι *προκείμενες (υποθέσεις)*, ακολουθούμενες από μια λέξη όπως «άρα» ή «συνεπώς» και στη συνέχεια από μια άλλη πρόταση, που ονομάζεται *συμπέρασμα*. Αυτό φαίνεται καλύτερα με ένα παράδειγμα:

Αν όλα είναι ντετερμινιστικά, οι άνθρωποι  
δεν είναι ελεύθεροι. Προκείμενη (Υπόθεση)

Οι άνθρωποι είναι ελεύθεροι. Προκείμενη (Υπόθεση)

Άρα δεν είναι όλα ντετερμινιστικά. Συμπέρασμα

Θα εξετάσουμε τα καλά επιχειρήματα (όπως αυτό), για να δώσουμε έναν απολογισμό τού γιατί είναι καλά.

Μια σημαντική προϋπόθεση για να είναι καλό ένα επιχείρημα είναι οι προκείμενες να εγγυώνται το συμπέρασμα. Δηλαδή, αν οι προκείμενες είναι αληθείς, τότε το συμπέρασμα πρέπει να είναι αληθές. Αντί να αποκαλούμε επιχειρήματα όπως αυτό απλώς «καλά» (κάτι που δεν είναι ιδιαίτερα χρήσιμο, καθώς υπάρχουν και άλλοι τρόποι με τους οποίους τα επιχειρήματα μπορεί να είναι καλά), θα τα ονομάσουμε *έγκυρα*. Έτσι, για να συνοψίσουμε:

Ένα επιχείρημα είναι έγκυρο αν και μόνο αν οποτεδήποτε οι προκείμενες είναι αληθείς, το ίδιο είναι και το συμπέρασμα. Με άλλα λόγια, είναι αδύνατο οι προκείμενες να είναι αληθείς ενώ ταυτόχρονα το συμπέρασμα να είναι ψευδές.

Φαίνεται ξεκάθαρα ότι το επιχείρημά μας για τον ντετερμινισμό και την ελευθερία είναι έγκυρο. Αν οι δύο προκείμενες είναι αληθείς, τότε το συμπέρασμα έπεται πάντα. Αν το συμπέρασμα –στο παράδειγμά μας το «δεν είναι όλα ντετερμινιστικά»– είναι ψευδές, τότε μία από τις προκείμενες πρέπει να είναι

ψευδής. Είτε οι άνθρωποι δεν είναι ελεύθεροι είτε οι άνθρωποι μπορούν να είναι ελεύθεροι *παρά* τον ντετερμινισμό.

Αυτό δείχνει πόσο σημαντικά είναι τα έγκυρα επιχειρήματα. Όχι μόνο μας δίνουν λόγους να πιστεύουμε στα συμπεράσματά τους –αν πιστεύουμε ήδη τις προκείμενες– αλλά εκθέτουν επίσης συνδέσεις μεταξύ προτάσεων που είναι σημαντικές ακόμα και αν δεν πιστεύουμε τα συμπεράσματα. Αν πιστεύετε ότι όλα είναι ντετερμινιστικά, τότε πρέπει να απορρίψετε μία από τις προκείμενες του επιχειρήματός μας. Η εγκυρότητα του επιχειρήματος δεν θα σας εξαναγκάσει στη μια θέση ή στην άλλη – θα σας βοηθήσει απλώς να δείτε ποιες επιλογές για εσάς είναι ανοιχτές.

Υπάρχουν και *άλλοι* τρόποι για να είναι καλά τα επιχειρήματα. Για παράδειγμα, εξετάστε το ακόλουθο επιχείρημα.

Αν οι άνθρωποι είναι θηλαστικά, δεν είναι ψυχρόαιμοι.

Οι άνθρωποι είναι ψυχρόαιμοι.

Άρα οι άνθρωποι δεν είναι θηλαστικά.

Αυτό είναι σαφώς ένα έγκυρο επιχείρημα, αλλά κανείς με σώας τας φρένας του δεν θα πίστευε το συμπέρασμα. Αυτό συμβαίνει επειδή οι προκείμενες είναι ψευδείς. (Λοιπόν, η *δεύτερη* προκείμενη είναι ψευδής – αλλά αυτό αρκεί. Μια προκείμενη που είναι ψευδής αρκεί για να είναι κακό το επιχείρημα με αυτήν την έννοια). Αυτό μας δίνει μια ιδέα για έναν άλλο ορισμό:

Ένα επιχείρημα είναι ορθό μόνο στην περίπτωση που είναι έγκυρο, και, επιπλέον, όλες οι προκείμενές του είναι αληθείς. Συνεπώς, το συμπέρασμα ενός ορθού επιχειρήματος πρέπει επίσης να είναι αληθές.

Η ορθότητα περιλαμβάνει κάτι περισσότερο από απλή εγκυρότητα. Απαιτείται κάτι περισσότερο από λογικές συνδέσεις μεταξύ υποθέσεων και συμπερασμάτων για να είναι ορθό ένα επιχείρημα: η ορθότητα απευθύνεται επίσης στην *αλήθεια* του θέματος. Το συμπέρασμα ενός ορθού επιχειρήματος είναι πάντα αληθές. Αυτό φυσικά δεν ισχύει για τα έγκυρα επιχειρήματα. Ορισμένα έγκυρα επιχειρήματα έχουν αληθή συμπεράσματα και άλλα έχουν ψευδή συμπεράσματα.

Φυσικά, αν διαφωνούμε σχετικά με την αλήθεια των υποθέσεων ενός επιχειρήματος, αυτό μπορεί να οδηγήσει σε διαφωνία σχετικά με την ορθότητά του. Αν έχουμε ένα έγκυρο επιχείρημα για το οποίο είμαστε αβέβαιοι για την αλήθεια των υποθέσεων, έπεται ότι θα πρέπει να είμαστε αβέβαιοι και για την ορθότητα του επιχειρήματος.

Υπάρχουν και *άλλοι* τρόποι για να είναι τα επιχειρήματα καλά ή κακά. Ένας που δεν θα εξετάσουμε σε αυτό το βιβλίο είναι το ζήτημα της *επαγωγικής δύναμης* ή *αδυναμίας*. Μερικές φορές δεν έχουμε αρκετές πληροφορίες σχετικά με

τις υποθέσεις μας για να εγγυηθούμε το συμπέρασμα, αλλά μπορεί να κάνουμε το συμπέρασμα πιο πιθανό από ό,τι θα ήταν αλλιώς. Λέμε ότι ένα επιχείρημα είναι αποδεικτικά ισχυρό αν, δεδομένης της αλήθειας των υποθέσεων, το συμπέρασμα είναι πιθανό. Ένα επιχείρημα είναι αποδεικτικά αδύναμο εάν η αλήθεια των υποθέσεων δεν καθιστά πιθανό το συμπέρασμα. Η μελέτη της επαγωγικής δύναμης και αδυναμίας είναι η μελέτη της *επαγωγικής λογικής*. Δεν θα διερευνήσουμε την επαγωγική λογική σε αυτό το βιβλίο. Θα επικεντρωθούμε σε αυτό που ονομάζεται *παραγωγική λογική* – τη μελέτη της *εγκυρότητας* των επιχειρημάτων.

## Μορφές επιχειρημάτων

Εξετάστε τα δυο επιχειρήματα που είδαμε στην προηγούμενη ενότητα. Αυτά τα επιχειρήματα μοιράζονται κάτι πολύ σημαντικό: το σχήμα ή τη δομή τους. Λέμε ότι το επιχείρημα έχει την εξής *μορφή*:

Αν  $p$  τότε όχι  $q$

$q$

Άρα, όχι  $p$

Και τα δύο επιχειρήματά μας έχουν αυτήν τη μορφή. Το πρώτο επιχείρημα έχει ακριβώς αυτό το σχήμα. Αν αφήσουμε το  $p$  να αντιπροσωπεύει το «όλα είναι ντετερμινιστικά» και το  $q$  να αντιπροσωπεύει το «οι άνθρωποι είναι ελεύθεροι», τότε θα πάρουμε πίσω το αρχικό επιχείρημα, περισσότερο ή λιγότερο. Λέω «περισσότερο ή λιγότερο» γιατί πρέπει να κάνετε λίγη δουλειά για να πάρετε την ακριβή διατύπωση του αρχικού επιχειρήματος. Η δουλειά δεν είναι δύσκολη, οπότε δεν θα σταθώ να την εξετάσω εδώ.

Το δεύτερο επιχείρημα έχει το ίδιο σχήμα. Σε αυτήν την περίπτωση, το  $p$  αντιπροσωπεύει το «οι άνθρωποι είναι θηλαστικά» και το  $q$  αντιπροσωπεύει τη (λιγότερο εύλογη) πρόταση «οι άνθρωποι είναι ψυχρόαιμοι». Αυτή η μορφή του επιχειρήματος είναι σημαντική, καθώς οποιαδήποτε επιλογή προτάσεων για το  $p$  και το  $q$  θα δημιουργήσει ένα έγκυρο επιχείρημα. Για παράδειγμα, όταν επιλέγουμε «ο ωφελιμισμός είναι αληθινός» για το  $p$  και «πρέπει πάντα να τηρούμε τις υποσχέσεις μας» για το  $q$ , έχουμε αυτό το παράδειγμα:

Αν ο ωφελιμισμός είναι αληθινός, δεν πρέπει να κρατάμε πάντα τις υποσχέσεις μας.

Πρέπει πάντα να κρατάμε τις υποσχέσεις μας.

Άρα ο ωφελιμισμός δεν είναι αληθινός.

Βρείτε άλλα παραδείγματα επιχειρημάτων μόνοι σας, επιλέγοντας άλλες προτάσεις για τα  $p$  και  $q$ .

Γενικά, μια προτασιακή μορφή βρίσκεται αντικαθιστώντας τις «υποπροτάσεις» μέσα σε μια δεδομένη πρόταση με γράμματα. Το αποτέλεσμα λέγεται ότι είναι μια *μορφή* της αρχικής πρότασης.

Για παράδειγμα, το «Αν  $p$  τότε θα βρέξει» είναι μια μορφή του «Αν έχει συννεφιά τότε θα βρέξει», γιατί έχουμε αντικαταστήσει το «έχει συννεφιά» με το  $p$ . Ομοίως, το «Αν  $p$  τότε  $q$ » είναι μια μορφή του «Αν έχει συννεφιά τότε θα βρέξει», καθώς έχουμε αντικαταστήσει το «θα βρέξει» με το  $q$ .

Δεδομένης μιας τυποποιημένης προτασιακής μορφής, λέμε ότι μια πρόταση είναι μια *περίπτωση* αυτής της προτασιακής μορφής αν παίρνουμε την πρόταση (ή μια πρόταση με την ίδια σημασία) αντικαθιστώντας τα μεμονωμένα γράμματα με προτάσεις.

Έτσι, το «αν έχει συννεφιά τότε θα βρέξει» είναι μια περίπτωση του «αν  $p$  τότε  $q$ ». «Αν το Κουίνσλαντ χτυπήσει πρώτα, τότε θα σκοράρει» είναι επίσης μια περίπτωση του «αν  $p$  τότε  $q$ », όπου το  $p$  αντικαθίσταται από το «το Κουίνσλαντ χτυπήσει πρώτα» και το  $q$  αντικαθίσταται από «το Κουίνσλαντ θα σκοράρει». (Είναι προτιμότερο να επιλέξετε αυτό από το «θα σκοράρει», καθώς αυτή η πρόταση μπορεί να σημαίνει άλλα πράγματα σε διαφορετικά πλαίσια).

Στις προτασιακές μορφές, μπορούμε να επαναλάβουμε το ίδιο γράμμα. Για παράδειγμα, το «ίσως  $p$  και ίσως όχι  $p$ » είναι μια απολύτως ευπρεπής μορφή, με περιπτώσεις «ίσως αυτός θα, και ίσως αυτός δεν θα» και «ίσως το Κουίνσλαντ θα κερδίσει και ίσως το Κουίνσλαντ δεν θα κερδίσει». Σε αυτές τις περιπτώσεις, πρέπει να αντικαταστήσουμε την ίδια πρόταση για κάθε περίπτωση του ίδιου γράμματος. Τέλος, μια μορφή επιχειρημάτων αποτελείται από προτασιακούς τύπους ως προκειμένες και από προτασιακούς τύπους ως συμπέρασμα. Ένα παράδειγμα βρίσκεται αντικαθιστώντας κάθε γράμμα με μία πρόταση.

Όταν μια τυποποιημένη μορφή επιχειρήματος είναι έγκυρη, την ονομάζουμε έγκυρη μορφή επιχειρήματος, για προφανείς λόγους. Αν ένα επιχειρήμα είναι μιας μορφής που γνωρίζουμε ότι είναι έγκυρη, τότε ξέρουμε ότι το επιχειρήμα είναι έγκυρο. Έτσι, με δεδομένη μια έγκυρη μορφή επιχειρήματος, μπορείτε να δημιουργήσετε όσα έγκυρα επιχειρήματα θέλετε. Τα έγκυρα επιχειρήματα μπορούν να κατασκευαστούν από έγκυρες μορφές επιχειρημάτων και η τυπική λογική είναι η μελέτη των μορφών επιχειρημάτων. Η μελέτη μας για τη λογική θα επικεντρωθεί στη μελέτη των μορφών επιχειρημάτων.

Προσοχή – ένα επιχείρημα μπορεί να έχει μη έγκυρη μορφή, αλλά να είναι αληθές. Για παράδειγμα, τα παρακάτω επιχειρήματά μας είναι αληθή, αλλά έχουν την ακόλουθη μορφή:

Αν  $p$  τότε  $q$   
 $r$   
Άρα,  $s$

που δεν είναι μια έγκυρη μορφή. Αυτή η μορφή έχει πλήθος μη έγκυρων περιπτώσεων. Ιδού μία:

Αν είσαι ο Πάπας, είσαι Καθολικός.  
Το δύο είναι ζυγός αριθμός.  
Άρα, το φεγγάρι είναι φτιαγμένο από πράσινο τυρί.

Αυτό το επιχείρημα δεν είναι έγκυρο, αφού οι προκείμενες είναι αληθείς και το συμπέρασμα είναι ψευδές. Ωστόσο, αυτή η μορφή έχει αληθές συμπέρασμα σε κάποιες περιπτώσεις. Το αρχικό μας επιχείρημα δίνεται αφήνοντας το  $p$  να είναι «όλα είναι καθορισμένα», το  $q$  να είναι «οι άνθρωποι δεν είναι ελεύθεροι», το  $r$  να είναι «οι άνθρωποι είναι ελεύθεροι» και το  $s$  να είναι «δεν είναι όλα καθορισμένα». Αυτό το επιχείρημα έχει την τυποποιημένη μορφή του παραδείγματός μας. Το επιχείρημα έχει αληθές συμπέρασμα, αλλά η μορφή του δεν είναι έγκυρη. Αυτό δεν αποτελεί πρόβλημα για την ιδέα των μορφών – απλώς μας δείχνει ότι αυτή η νέα μορφή δεν είναι αρκετά περιγραφική ή συγκεκριμένη για να εξηγήσει την εγκυρότητα του αρχικού επιχειρήματος. Αυτό το επιχείρημα είναι έγκυρο, αλλά αυτή η δεύτερη μορφή δεν είναι αρκετά συγκεκριμένη για να καταδείξει αυτήν την εγκυρότητα. Η αρχική μας μορφή είναι επαρκώς συγκεκριμένη.

## Περίληψη

Έτσι, για να συνοψίσουμε, έχουμε τα ακόλουθα γεγονότα σχετικά με την εγκυρότητα και τις μορφές των επιχειρημάτων.

- Για να είναι *έγκυρο* ένα επιχείρημα, σε κάθε περίπτωση όπου οι υποθέσεις είναι αληθείς, το ίδιο πρέπει να είναι και το συμπέρασμα.
- Για να είναι ένα επιχείρημα *άκυρο*, πρέπει να υπάρξει *κάποια* περίπτωση στην οποία οι υποθέσεις να είναι αληθείς και το συμπέρασμα να μην είναι αληθές.

## Λογική. Μία εισαγωγή

- Μια μορφή επιχειρήματος παρουσιάζει μέρος της δομής ενός επιχειρήματος.
- Αν ένα επιχείρημα έχει μια συγκεκριμένη μορφή, τότε αυτό το επιχείρημα λέγεται ότι *έχει τις ιδιότητες* αυτής της μορφής επιχειρήματος.
- Μια μορφή επιχειρήματος είναι *έγκυρη* αν και μόνο αν *κάθε περίπτωση* αυτής της μορφής είναι έγκυρη.
- Μια περίπτωση μιας έγκυρης μορφής επιχειρήματος είναι *πάντα* ένα έγκυρο επιχείρημα.
- Περιπτώσεις μη έγκυρων μορφών *μπορεί* να είναι έγκυρες.

## Περαιτέρω μελέτη

Για πολύ περισσότερα σχετικά με τη διαφορά μεταξύ των φράσεων που εκφράζουν προτάσεις και εκείνων που δεν το κάνουν, βλέπε A. C. Grayling, *An Introduction to Philosophical Logic*, Κεφάλαιο 2 [8]. Το βιβλίο του Mark Sainsbury *Logical Forms* είναι μια εισαγωγή στη λογική που εστιάζει στις λογικές μορφές [25]. Το ακριβές όριο μεταξύ λογικής μορφής και μη λογικής μορφής είναι ένα θέμα μεγάλης συζήτησης. Το βιβλίο της Gila Sher *The Bounds of Logic* [26] είναι μια τεχνική συζήτηση για το όριο μεταξύ της λογικής μορφής και άλλων εννοιών της μορφής που θα μπορούσε να μην ονομάζονται κατάλληλα «λογικές».

## Ασκήσεις

Κάθε σύνολο ασκήσεων χωρίζεται σε δύο ενότητες. Οι βασικές ερωτήσεις ενισχύουν τις ιδέες και τις έννοιες του κεφαλαίου. Οι προχωρημένες ερωτήσεις επεκτείνουν την ύλη σε άλλους τομείς, και είναι πιο δύσκολες. Δοκιμάστε κάθε βασική ερώτηση, μέχρι να κατανοήσετε την ύλη. Στη συνέχεια, προχωρήστε στις προχωρημένες ερωτήσεις.

### Βασικές

- {1.1} Ποιες από αυτές τις φράσεις εκφράζουν προτάσεις; Τι εκφράζουν οι υπόλοιπες φράσεις;  
(Τα παραδείγματα μπορεί να είναι *ερωτήσεις, εντολές, επιφωνήματα, ευχές*).
1. Το Σίντνεϊ βρίσκεται βόρεια της Μελβούρνης.
  2. Είναι το Εδιμβούργο στη Σκωτία;
  3. Το φεγγάρι είναι φτιαγμένο από ελβετικό τυρί.
  4. Είδατε την έκλειψη;



## Προτάσεις και επιχειρήματα

5. Τι έκλειψη!
6. Τι καλά θα ήταν να ήμουν καλός στη λογική.
7. Κοιτάξτε την έκλειψη.
8. Μακάρι να ήμουν καλός στη λογική.
9.  $7+12 = 23$ .
10. Αν φέρετε την Κέλυ, θα ανταμειφθείτε.

{1.2} Εξετάστε τις ακόλουθες μορφές επιχειρημάτων:

<i>Τρόπος του θέτειν</i>	<i>Τρόπος του διαψεύδειν</i>
Αν $p$ τότε $q$	Αν $p$ τότε $q$
$p$	όχι $q$
Άρα $q$	Άρα όχι $p$
<i>Υποθετικός συλλογισμός</i>	<i>Επιβεβαίωση της επόμενης</i>
Αν $p$ τότε $q$	Αν $p$ τότε $q$
Αν $q$ τότε $r$	$q$
Άρα αν $p$ τότε $r$	Άρα $p$
<i>Διαζευκτικός συλλογισμός</i>	<i>Εισαγωγή διάζευξης</i>
Ή $p$ ή $q$	Αν $p$ τότε $r$
Όχι $p$	Αν $q$ τότε $r$
Άρα $q$	Άρα αν $p$ ή $q$ τότε $r$

Σε αυτές τις μορφές επιχειρήματος, οι περιπτώσεις βρίσκονται αντικαθιστώντας με προτάσεις τα  $p$ ,  $q$  και  $r$ . Ποιες από αυτές τις μορφές επιχειρήματος είναι έγκυρες; Από τις μορφές που δεν είναι έγκυρες, βρείτε περιπτώσεις που δεν είναι έγκυρες και περιπτώσεις που είναι έγκυρες.

{1.3} Εξετάστε τα εξής επιχειρήματα:

1. Ο Γκρεγκ και η Καρολάν διδάσκουν *PHIL137*. Η Καρολάν διδάσκει Κριτική Σκέψη και *PHIL132*. Άρα ο Γκρεγκ διδάσκει *PHIL137* και η Καρολάν διδάσκει *PHIL132*.
2. Ο Γκρεγκ και η Καρολάν διδάσκουν *PHIL137*. Η Καρολάν και η Κατριόνα διδάσκουν *PHIL 132*. Άρα ο Γκρεγκ διδάσκει *PHIL137* αλλά όχι *PHIL132*.

3. Ο Γκρεγκ διδάσκει *PHIL137* και *PHIL280*. Η Καρολάιν διδάσκει *PHIL137*. Άρα ο Γκρεγκ και η Καρολάιν διδάσκουν *PHIL137*.

Για κάθε επιχείρημα, βρείτε ποια από τις ακόλουθες μορφές εκθέτει.

1.  $p$  και  $q$ ,  $r$  και  $s$  άρα  $t$
2.  $p$ ,  $q$  άρα  $r$
3.  $p$  και  $q$ ,  $q$  και  $r$  άρα  $p$  και  $r$

### Προχωρημένες

{1.4} Δεν είναι πάντα εύκολο να πει κανείς αν μια φράση εκφράζει μια πρόταση ή όχι. Τι πιστεύετε για τις ακόλουθες;

1. 2 + Ειρηνικός Ωκεανός = Μπετόβεν.
2. Ο τωρινός βασιλιάς της Γαλλίας είναι φαλακρός.<sup>1</sup>
3. Αυτή η πρόταση είναι ψευδής.
4. Αυτή η πρόταση είναι αληθής.
5. «Twas brillig, and the slithy toves did gyre and gimble in the wabe».<sup>2</sup>

Εκφράζουν προτάσεις; Αν ναι, είναι αληθείς ή ψευδείς; Ή είναι κάτι άλλο; Οι απόψεις δίστανται σε περίεργες περιπτώσεις όπως αυτές – τι πιστεύετε;

{1.5} Κάθε μη έγκυρη μορφή επιχειρήματος έχει έγκυρες περιπτώσεις;

{1.6} Κάθε έγκυρο επιχείρημα έχει μια έγκυρη μορφή;

*Δεν είναι επιθυμητό να πιστεύουμε μια πρόταση  
όταν δεν υπάρχει κανένας λόγος  
για να υποθέσουμε ότι είναι αληθής.  
Μπέρτραντ Ράσελ*

1. Η Γαλλία δεν έχει τώρα βασιλιά. (Σ.τ.Σ.)

2. Στίχος από το «Jabberwocky», ένα χωρίς νόημα ποίημα του Λιούις Κάρολ στο μυθιστόρημά του *Η Αλίκη στη Χώρα των Θαυμάτων*. Μια πιθανή απόδοσή του, αν μερικές λέξεις θεωρηθούν παραφθορές γνωστών αγγλικών λέξεων: «Ήταν λαμπρό, και οι απλές τόβες [λέξη χωρίς νόημα] μπλέκονταν και μαζεύονταν σε κηρήθρες». (Σ.τ.Μ.)